

Title	代數方程式ノ根ノ絶對値ニ関スル高橋進一氏ノ問題 ニ就テ
Author(s)	野村, 武衛
Citation	全国紙上数学談話会. 69 p.1-p.5
Issue Date	1935-12-06
oaire:version	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/74209">https://doi.org/10.18910/74209</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

# 287. 代數方程式ノ根ノ絶對値ニ關スル 高橋進一氏ノ問題ニ就テ

野村武衛(東京高師)

紙上談話會第60号高橋氏論文 214, 5頁ノ方程式(6)  
ノ根ノ絶對値ノ上限ヲPトスルト角谷氏(第65号論文254)  
ニヨツテ

$$1.1135 < P < 1.1509$$

ナルコトが知レマシタ。

高師理科第一部四年生森田紀一君ハPハ  $x^{12} + x^2 = 1$  ノ  
正根  $\rho$  ノ逆數ヲ超エナコトヲ証明シマシタ。 $\rho = 0.8820$   
ガスカラ  $\frac{1}{\rho} = 1.1338$  トナリ角谷氏ノ研究ト合セテ

$$1.1135 < P < 1.1338$$

トナリマス。

次ニ森田君ノ証明ヲ紹介サセテイタダキマス。森田君ノ  
方程式ハ係數ノ順序ガ反對ニナツテキルカラ根ノ絶對値ガ  $\rho$   
ヨリ大ナルコトヲ証明スルコトニナリマス。

$$\varphi(x) = (a_0 + ib_0) + (a_1 + ib_1)x + \dots + (a_n + ib_n)x^n = 0$$

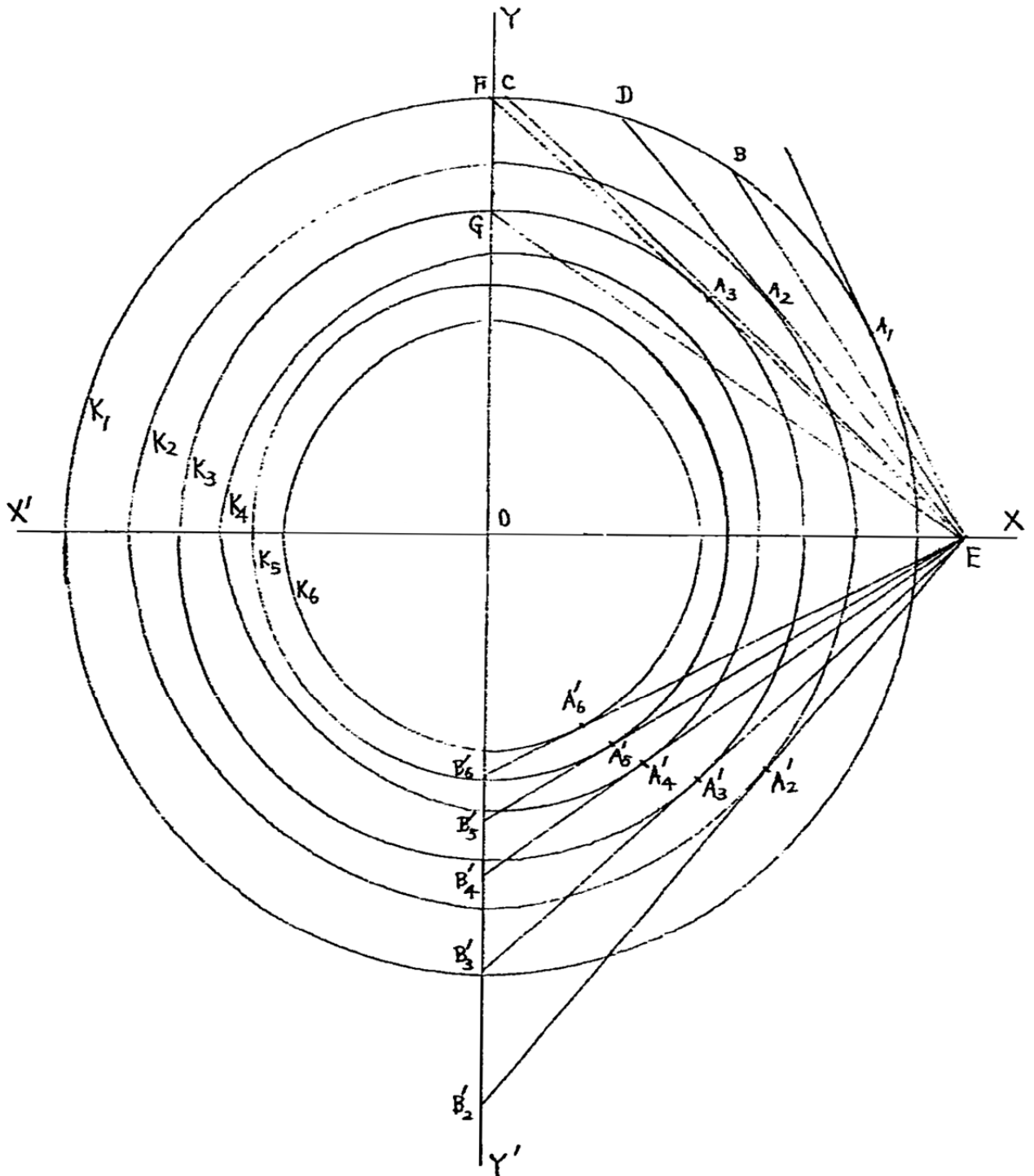
$$a_0 \geq a_1 \geq \dots \geq a_n \geq 0, \quad b_0 \geq b_1 \geq \dots \geq b_n \geq 0$$

ノ根ノ絶對値ハ  $\rho^{12} + \rho^2 = 1$  ノ正根  $\rho$  ヨリ大ナルコトヲ証明  
スル。

$$(x-1)\varphi(x) = \sum_{k=1}^{n+1} \left\{ (a_{k-1} - a_k) + i(b_{k-1} - b_k) \right\} x^{k-1} \quad \text{但 } a_{n+1} = b_{n+1} = 0$$

假定ニヨレバ  $a_{k-1} - a_k \geq 0$ ,  $b_{k-1} - b_k \geq 0$  ナル故  $|x| \leq \rho$   
 ナルトキハ  $k=1, 2, \dots, n+1$  = 對シテ常  $= \text{amp}(x^k - 1)$  が  
 或ル定マツタ直角内ニアル換言スレバ總テノ  $x^k$  が  $E$  (= 相  
 等スル点) フ頂点トスル定マツタ直角内ニアルコトヲ示セバ  
 ヨイ。

ソレヲ示ス爲ニ原点ヲ中心トシ半径  $\rho, \rho^2, \rho^3, \dots$  ナル円



ヲ描キ夫々ノ円ヲ  $K_1, K_2, K_3, \dots$  トスル。Eカヲ X 軸ノ上側デ  
 之等ノ円ニ引イタ切線ノ切点ヲ夫々  $A_1, A_2, A_3, \dots$  トシ, X 軸  
 ノ下側デ引イタ切線ノ切点ヲ夫々  $A'_1, A'_2, A'_3, \dots$  トスル。  
 又ソレ等下側ノ切線ガ OY' 軸ヲ切ル点ヲ夫々  $B'_1, B'_2, B'_3, \dots$   
 トスル。

コノトキ  $OB'_6 = \rho^5, OB'_5 > \rho^4, OB'_4 > \rho^3, OB'_3 > \rho^2, \dots$   
 $\dots$  ナルコトハ  $\rho^2 + \rho'^2 = 1$  ナルコトカラ容易ニ証明セラレ  
 ル。

$x = re^{i\theta}, 0 \leq r \leq \rho$  トシテ考ヘルベキデアルガ、次ノ  
 証明デハ  $r = \rho$  ノ場合ノミヲ考ヘル。ソレハ  $r = \rho$  ノトキ次  
 ノ証明ガ出来ルバ  $0 \leq r < \rho$  ノトキハ勿論出来ルカラデア  
 ル。

I)  $0 \leq \theta < \frac{3}{10}\pi$  ナル場合

$$\sin A_1EO = \rho, \quad \sin OEA'_6 = \rho^6$$

$$\therefore \sin^2 A_1EO + \sin^2 OEA'_6 = \rho^2 + \rho'^2 = 1$$

$$\therefore \angle A_1EB'_6 = \frac{\pi}{2}$$

一方コノ場合ニハ  $5\theta = \frac{3}{2}\pi$  ナル故  $x^k$  ハ悉ク  $\angle A_1EB'_6$  ナ  
 ル直角内ニアル。

II)  $\frac{3}{10} \leq \theta < \frac{3}{8}\pi$  ナル場合

$\sin^{-1} \frac{4}{5} < \frac{3}{10}\pi$  ナル故  $K_1$  円周上ニ  $\angle BOE = \sin^{-1} \frac{4}{5}$  ナル点  
 B (X 軸ノ上側) ヲトル。

$$\sin^2 BEO = \frac{16\rho^2}{25+25\rho^2-30\rho} \quad \sin OEB'_5 = \rho^5$$

$\rho = 0.8820$  を代入して計算すると

$$\sin^2 BEO + \sin^2 OEB'_5 < 1 \quad \text{故} = \angle BEB'_5 < \frac{\pi}{2}$$

一方この場合  $\angle 4\theta \leq \frac{3}{2}\pi$  なる故  $x^k$  は悉く  $\angle BEB'_5$  の内である。

III)  $\frac{3}{8}\pi \leq \theta < \frac{\pi}{2}$  なる場合

$EA_2$  と  $K$ , 円とノ交点ヲ  $D$  とスル  $\angle DOE < 67^\circ 10' < \frac{3}{8}\pi$  なるコトが知れる。

$$\sin^2 DEO + \sin^2 OEB'_4 = \rho^4 + \rho^8 < 1 \quad \text{ナレ故} \angle DEB'_4 < \frac{\pi}{2}$$

この場合  $\angle x^k$  は悉く  $\angle DEB'_4$  の内である。

IV)  $\frac{\pi}{2} \leq \theta < \frac{3}{4}\pi$

$EA_3$  と  $K$ , 円とノ交点ヲ  $C$ ,  $OY$  と  $K$ , 円とノ交点ヲ  $F$  とスル,

$$\sin FEO = \frac{\rho}{\sqrt{1+\rho^2}} < \rho^3 = \sin CEO,$$

$$\sin^2 CEO + \sin^2 OEB'_3 = \rho^6 + \rho^6 < 1$$

故  $\angle CEB'_3 < \frac{\pi}{2}$  なるコト  $x^k$  は悉くこの角内である。

V)  $\frac{3}{4}\pi \leq \theta < \frac{5}{6}\pi$  なる場合

この場合  $E$  から見て最大ノ開キヲ見セルノハ  $\angle x^2/x^3$  である。

$x = \rho e^{i\theta}$  トオキ  $\rho = 0.8820$ ,  $\cos \theta < 0$  なるコトヲ考へ  
 $\tan x^2/x^3 > 0$  なるコトが計算セテレルカラ

$$\angle x^2/x^3 < \frac{\pi}{2}$$

VI)  $\frac{5}{6}\pi \leq \theta \leq \pi$  なる場合

$K_3$  円と  $OY$  とノ交点ヲ  $G$  とスルバ  $\angle GEB'_2 < \frac{\pi}{2}$

この場合  $x^k$  は悉く  $\angle GEB'_2$  の内である。

VII)  $\pi < \theta < 2\pi$  ナル場合

今マデノ証明ノ工軸ノ上側ト下側トヲ交換シテ考ヘレバヨイ。

會費拂込ハ下記（振替貯金）へ  
御願ヒ致シマス

大阪市北区

大阪帝國大學  
理學部數學教室

清水辰次郎

口座番號 大阪一七七四三番